*Қайратқызы Д, Жұма Н, Досболова А, Қарсабек А, Кембаева Т, Ерғали Д, Кабдоллаева Д*

*Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ, Қазақстан*

**ҚАЖЕТТІ ЫҚТИМАЛДЫҚ ТҮСІНІКТЕР ЖӘНЕ НАРЫҚТЫҚ БАҒА ДИНАМИКАСЫНЫҢ КЕЙБІР МОДЕЛЬДЕРІ. БАҒАНЫҢ БЕЛГІСІЗДІГІ МЕН ТҰРАҚСЫЗДЫҒЫ, ОЛАРДЫҢ ЫҚТИМАЛДЫ СИПАТТАМАСЫ ЖӘНЕ ҰСЫНЫЛУЫ. ДУБ ЖІКТЕЛУІ. КАНОНДЫҚ ҰСЫНЫЛЫМДАР.**

1. Уақыт бірлігі бір күн деп есептейік (п = 0 ,1 ,2 ,...) және

акцияның нарықтық бағасы, екі валютаның айырбас бағамы немесе басқа қаржылық көрсеткіш (уақыт шектеусіз) оның «өмірі», (облигациялар бағасы сияқты).

 мәндерінің эмпирикалық талдауы олардың өте ретсіз өзгеретінін көрсетеді, М.Кендалл айтқандай, «... мүмкіндіктер демоны кездейсоқ санды шығарды ... және келесі ... бағаны анықтау үшін оны ағымдағы бағаға қосты ».

 Л.Башелье бағаны сипаттау үшін статистикалық белгісіздік, бірақ сонымен бірге статистикалық жиіліктердің тұрақтылық қасиеттері сипатталатын эмпирикалық құбылыстарды зерттеу моделін беретін ықтималдықтар теориясының ұғымдары мен әдістерін бірінші болып қолданғаны сөзсіз.

 Ықтималдық әдісті және Колмогоровтың жалпы қабылданған ықтималдықтар теориясының аксиоматикасына сүйене отырып,

барлық зерттеулер кейбір ықтималды кеңістікте жүзеге асады деп есептейміз:

()

 -қарапайым оқиғалар кеңістігі w ​​( контексте қарастырылатын нарықтық жағдайлар);

ішкі жиындардың - алгебрасы (нарықта байқалатын оқиғалар жиынтығы);

Р- ықтималдық, - ықтималдық өлшемі.

 Уақыт пен динамика қаржы теориясының ажырамас компоненттері болып табылады, сондықтан бастапқы ықтималдық кеңістігі () берілгенін ескере отырып көрсетілген

-алгебраларының ағыны

 құрамына кіретін және фильтрация деп аталатын кемімейтін -субальгебрасы ағынын енгізудің мәні -келесі интерпретация арқылы анықталады:

 - уақытына дейін байқалатын оқиғалар жиынтығы (қоса алғанда).

 Басқаша айтатын болсақ - n уақыт моментіне дейінгі нарық жағдайы туралы бақылаушыға қол жетімді «ақпарат».Бұл мысалға «тиімді» нарық концепциясында үш – алгебраның бірі болуы мүмкін.Сонымен, біз негізгі ықтималдық үлгісі - сүзілген ықтималдық кеңістік деп есептейміз

және де стохастикалық базис деп те аталады.

Көптеген жағдайларда стохастикалық түсінікті кеңейту мақсатында, ықтималдықтың жалғыз P өлшемінің орнына ықтималдылықтың тұтас бір тобы берілген деп есептейді.Бұл Р-бір нақты шараны көрсету қиынға соғатын болғандықтан қолданылады.

Шешімдердің статистикалық теориясының терминологиясын қолдана отырып, объектілер жиынтығын ( сүзілген стохастикалық (статистикалық) эксперимент деп атауға болады.

1. Егер біз -ді n уақыт кезіндегі ақпарат ретінде түсіндіретін болсақ, онда

-өлшенетін шама.

-нің кіші мәндерінде:

Тізбектердің ықтималдық таралуын сипаттау мәселесіне тоқталайық

Ықтималдықтардың классикалық теориясының және әлдеқайда озық "қалыпты таралу статистикасының" тұрғысынан қарағанда тізбегін гаусстық тізбек ретінде санау оңтайлы. Егер

, ,

онда бұндай тізбектің қасиеті толығымен екіөлшемді тізбектің таралуымен анықталады,орташа сипатталады

және ковариациямен

Қалыпты болу болжамы таралу қасиеттеріне байланысты көптеген сұрақтардың шешімін айтарлықтай жеңілдетеді. Мысалы, қалыпты корреляция теоремасы шартты күтудің формуласын береді

 орташа квадраттық мәндегі оңтайлы баға қатысты:

Мұндағы коэффициенттері ковариация матрицасымен есептеледі.



 стандартты қалыпты таралудың тығыздық графигі

Бағалау қателігі

Сондықтан 0,90-ға жақын ықтималдылықпен шамасының күтілетін мәні сенім интервалы аралығына жатады деп айтуға болады.

Бұл 90% жағдайда болжамды мәні нарықтық бағасының мәні болып табылады( бақылаулары бойынша) аралықта жатыр.

4. Алайда, шамаларын бөлудің "қалыпты"гипотезасын сақтықпен қарау керек екендігі белгілі болды. Көптеген қаржылық деректерді эмпирикалық талдау (бұдан әрі-IV тарауды қараңыз) мынаны көрсетеді

(a) "сенімді" аралықтарға түспейтін іріктемелі мәндер саны

 үлгі орташа және

 cтандартты ауытқу,

қалыпты гипотезада болғаннан әлдеқайда көп; бұл эмпирикалық тығыздықтың "құйрықтары" гаусстың таралуына қарағанда баяу төмендейді ("ауыр соңдары");

(b) асып кету немесе созылу коэффициенті(kurtosis),

Бұл жерде эмпирикалық екінші және төртінші нүктелер, мағыналы түрде оң (куртоздың қалыпты таралуы үшін нөлге тең), бұл орталық мәндердің айналасындағы таралу тығыздығының шыңының күшті "созылуын" білдіреді (суретті қараңыз. 12).

Мүмкін, ең күшті шамалардың таралу құрылымына қатысты) гауссиядан басқа,

тәуелсіздік туралы болжам және осы шамалардың бірдей таралуы.

Мұндай жағдайларда бағаны талдау

бұл болжамдарға негізделген ықтималдық теориясының әдеттегі әдістерімен оңай жүзеге асырылады. Бірақ, әрине, мәндерінің тәуелсіздігі туралы болжам "өткен деректер" "болашақ мәндерді"болжау үшін бір нәрсе бере алады деген үмітті (және сенімді) бірден бұзады.



Шамалардың бір өлшемді таралуының эмпирикалық тығыздығы

, harch (16) моделіне бағынады. Үздіксіз қисық - тиісті қалыпты үлестірімнің тығыздығы

жоғарыда айтылғандай, мәндердегі () сәйкессіздік пен тәуелділіктің болуы шақырылады, бірақ олар түзетілмеген болуы мүмкін, ал тәуелділік өте әлсіз. Тәуелділіктің бар-жоғын тексерудің ең оңай жолы- шамалары үшін емес, эмпирикалық корреляцияны қарастыру, ал үшін немесе

Стохастикалық құбылмалылықтың келесі моделінде жағдай ал, үшін, бірақ ) and )= болып табылады, нөлден айтарлықтай ауытқиды.

**Дуб ыдырауы. Канондық көріністер**

1. Біз бұл модельде болжаймыз

, шамалары соңғы абсолютті алғашқы сәттерге ие,

Әрі қарай қарастырылатын еменнің ыдырауы тізбегін зерттеуді қамтиды) сүзу қасиеттеріне байланысты (), яғни "бақылаушыға" қолжетімді "ақпарат", ағынының "бақылаушыға" қол жетімді (бағалы қағаздар нарығында-бізді қызықтыратын контексте; .

болғандықтан, шартты математикалық күтулер анықталады, сондықтан,

2. квадратты интегралды мартингал болсын делік ,

oнда (2) формула -ге қолданылған мына түрге ие болады:

Бұл жердегі .

 Сонда:

Бұл белгімен (6)-шы кеңейтуді мына формада жазуға болады:

Мұндағы

 (болжамды) реттілік М мартингалының квадраттық сипаттамасы деп аталады.

 ескере отырып, келесідегідей болады:

Бұл қасиет квадраттық сипаттамасын М квадраттық (квадрат интегралды) болжамды квадраттық вариация деп те атайтынын түсіндіреді.Бұл ретте квадраттық вариация термині үшін жазылған:

1. Енді

реттілігінің өзі мартингал болып табылады және оның үстіне квадрат интегралды,яғни:

квадраттық характеристикасын тұратыy шамасы H мартингалінің өзгергіштігінің (құбылмалылығының) дәрежесін және көп жағдайда оның қасиеттерін анықтайды. Мысалы, егер бірлікті ықтималдық бар болса*,*онда H квадрат интегралды мартингал үшін бар үлкен сандардың күшейтілген заңы

үшін мынаған тең болады:

Егер шартты матеиматикалық күтім шартсыз алгебрамен сәйкес болса, онда тұрақсыздық - бұл тек дисперсияларының жиынтығы.

Осы мақсатта естеріңізге сала кетейік, егер болса, онда шартты математикалық күту, Колмогоров бойынша , кез келген үшін шартты қанағаттандыратын осындай өлшенетін кездейсоқ шама ретінде анықталады:

. (13)

Бұл ретте мұндай кездейсоқ шаманың болуы Радон-Никодим теоремасынан келіп шығады.

Алайда, болжамы(13) шартын қанағаттандыратын шамасының болуы үшін мүлдем қажет емес. Мысалы, , бұл шаманы талабынсыз да анықтауға болады.

Осыдан келіп жалпыланған шартты математикалық күтуді анықтау идеясы пайда болады, сондай-ақ мынадай түрде белгіленеді.

 - ны түрінде ұсынайық, мұнда ,

 және бар деп болжаймыз, барлығы үшін

 (14)

теңсіздігі орындалады.

Сонда біз анықтама бойынша ойлағанда

 (15)

және -ны жалпылама шартты математикалық күту деп атамыз.

 Егер , онда бұл жағдайда жалпыланған математикалық күту әдеттегі шартты математикалық күтумен сәйкес келеді.

 Бұл жағдайда (14) қасиеті айқын түрде орындалса және анықталып қана қоймай, сонымен қатар барлық . Бұл жағдайда біз жалпылама шартты математикалық күту анықталды және нақты.

 **Ескерту**. Әдетте белгілі бір қасиеттердің орындалуын «әр » үшін емес, тек «барлық дерлік үшін» деп есептейтін ықтималдықтар теориясының жалпы рухына сүйене отырып, жоғарыда келтірілген жалпыланған шартты күтудің анықтамасын алуға болады. (14) қасиеті бұзылған нөлдік ықтималдылық жиынында ерікті түрде қайта анықтай отырып, «барлық дерлік » нұсқасында оңай реформалануы мүмкін.

 Енді (2) формулағв жүгінейік. (2) формуланың оң жағы міндетті түрде анықталады, егер (барлық немесе барлық дерлік үшін) болса. Бұл жағдайда біз (2)-ні тізбегінің жалпыланған Дуб ыдырауы деп айтамыз.

 5. Сондай-ақ шартты математикалық күтулер («қарапайым» немесе «жалпылама») анықталмаған жағдайда тиісті ыдырауға (немесе бұдан әрі айтылғандай, көрініске) тоқталайық.

Бұл жағдайда, мысалы, осылайша тоқталуға болады.

 шамасын

*,*

түрінде ұсынайық, мұндағы а - тұрақты; әдетте деп есептейді.

 шамалары абсолютті бірінші сәтке ие, демек,

 (16)

Осылайша,

 (17)

мұндағы, – болжамды реттілік, – мартингал және (– «үлкен» секірудің реттілігі.

«Кездейсоқ процестердің жалпы теориясында» қабылданған терминологияға сүйене отырып, (17) көріністі H канондық көрінісі деп атайтын боламыз.

Егер (16) -мен қатар H түрінің басқа көрінісі болса,

 (18)

болжамды реттілікпен және мартингалмен , содан кейін міндетті түрде , .

 Басқаша айтқанда, (18) түрінің көрінісі жалғыз және (17) сәйкес келеді, бұл осы көрініс үшін атауды каноникалық ретінде ақтайды.